Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Abril–Julio 2007

Nombre: ______________________

Carné: ______________ Sección: ______

Profesor: ______________________

1er Parcial de MA2112. Recuperación

1. (13 ptos.) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} x - \dfrac{x^2y - y^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   (a) ¿Es f continua en $(0,0)$? Si lo es, demuestrelo.

   (b) Halle $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

   (c) ¿Es f diferenciable en $(0,0)$?

   (d) Halle $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)$.

2. (12 ptos.) Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ y $h = f \circ g$. Sabemos que el plano tangente a la gráfica de f en el punto $(3,2)$ contiene al origen. Sabemos además que g es diferenciable, $g(0,0,0) = (3,2)$,

$$Dh(0,0,0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad Dg(0,0,0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

   Hallar $h(0,0,0)$.

3. (12 ptos.) Sea $f(x,y,z) = x^3 - 2\,x^2y - 2\,y^2 - z$.

   (a) Halle la ecuación del plano tangente a la superficie de nivel 0 de f en el punto $(1,1,-3)$.

   (b) Calcular la derivada direccional de f en $(1,1,-3)$ en la dirección que va desde el punto $(1,1,-3)$ al punto $(2,1,2)$.

4. (13 ptos.) Sea $f(x,y) = x^2 + y^2 - x^4 + 2\,y^4$.

   (a) Halle los puntos críticos de f.

   (b) Clasifique los puntos críticos.

   (c) Calcule los valores máximos y mínimos globales de f en el disco unitario $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

(Justifique todas sus respuestas)